

セクション：ゲーム理論

タイトル：Nested Potential Games

報告者：宇野 浩司

所属：大阪大学大学院経済学研究科

報告要旨

本報告では、新しいポテンシャルゲームのクラス、「入れ子式ポテンシャルゲーム」(nested potential games) を提案し、「入れ子式ポテンシャル」の最大化問題の解がナッシュ均衡であることを示す。

「入れ子式ポテンシャルゲーム」は、次のようなアイデアに基づいて定義される。これまで文献で導入されてきた非協力ゲームにおけるポテンシャルの多くは、戦略空間上の実数値関数で、その関数の最大化問題の解はナッシュ均衡であるという均衡導出の性質を持つ。この性質より、「ポテンシャル」をプレイヤー全体にとっての「代表的個人の利得関数」と解釈する。次に、プレイヤーの全体にとっての「代表的個人の利得関数」という元来のポテンシャルの概念を弱めた、プレイヤーの部分集合、グループ $T \subseteq N$ にとっての「代表的個人の利得関数」(ポテンシャル) f_T を考え、同じ代表的個人を持つグループごとにプレイヤー集合 N を分割する。もしその分割が \mathcal{T} だったとすると、それぞれのグループ $T \in \mathcal{T}$ の各メンバーは同じ代表的個人をもち、その利得関数は f_T である。そして、代表的個人 T が T の各メンバー $i \in T$ の戦略を決めるとすると、形式的に、プレイヤー集合を \mathcal{T} とする代表的個人間のゲームを考えることができる。(同様の定式化を Monderer (2007) が「複ポテンシャルゲーム」として与えている。)

次に、その代表的個人間のゲームに対してさらに背後の代表的個人間のゲームを考え、その背後のゲームに対してさらに背後の代表的個人間のゲームを考えるというように、代表的個人間のゲームの背後に代表的個人間のゲームを逐次考えていき、最終的に一人の代表的個人の意思決定問題に帰着できるようなゲームが、本報告で提案する「入れ子式ポテンシャルゲーム」である(ここでの「入れ子式」は、代表的個人の分割の列がちょうど入れ子構造をしていることに由来する)。

そして、このような「入れ子式ポテンシャルゲーム」では、最終的に一人の代表的個人に帰着できた意思決定問題を解くことにより、実際にもともとのゲームのナッシュ均衡を導出できることを示す。

(参考文献)

Monderer, D. (2007) "Multipotential games," in *Twentieth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-07)*, 1422-1427.