

# 「統計力学を用いた進化ゲーム理論」

関西学院大学大学院経済学研究科 D3 吉川 満 [mitsurukikkawa@hotmail.co.jp](mailto:mitsurukikkawa@hotmail.co.jp)

JEL: C15, C73, C78

## 要旨

本報告は統計力学(statistical mechanics)を用いた進化ゲーム理論の定式化についてである。今まで様々な主体がいる複雑なシステムにおいて、それぞれがGameをしている。それを進化ゲーム理論によって記述するとき、伝統的な進化ゲーム理論ではある戦略の変化は平均場と比べ、その大小によってその戦略を選ぶ確率が変化するというReplicator方程式を使うものや、また遷移確率とノイズに着目した確率進化ゲーム(Stochastic Evolutionary Game)などがある。そこで我々は「戦略の分布」に着目し、新たな進化ゲーム理論の枠組みを統計力学によって構築した。

以前から経済学ではこのような様々な個人がいる経済を分析する際には、「平均」(例：代表的個人、レプリカ経済)のみを考えていた。そこで本稿ではより現実に根ざした理論が記述できる統計力学を導入し、様々な主体がおり、それらがGameを行うというモデルを考えたと。

本稿では統計力学で最も簡単な Ising モデル、さらには先行研究の1つである Diederich and Oppen [1]の基礎モデルである Sherrington-Kirkpatrick モデルを参考にし、定式化を行った。ただしこれは当初から Spin-Glass のモデルを用いて、研究しているために基本的な事項が分からない。よって本稿ではこの論文を深く掘り下げた。

具体的には先行研究にあるように、このGameは「格子(lattice)」上で行われる。そこで最近接(nearest neighbor)、Random Matchingという相互作用の仕方に着目し、対称2人ゲーム、非対称2人ゲームの定式化、さらには進化的に安定な戦略(Evolutionarily Stable Strategy)の特徴づけを行い、また均衡という概念を相転移(phase transition)して生成するとした。さらには静学の枠組みであったモデルをMaster方程式を用いて、動学化を行い、Replicator方程式に対応する方程式の導出を行った。さらには TAP(Thouless-Anderson-Palmer) 方程式の方法におけるRandom 行列の固有値の特性を用いて、高次元の進化ゲーム理論の構築を行った。

その結果伝統的な進化ゲーム理論とある変数の大きさによって、一致する場合としない場合があることが分かった。また無限人経済では戦略の一致、均衡の生成は起こらないと分かった。

## 主要参考文献

[1] Diederich, S. and Oppen, M.: "Replicators with random interactions: A solvable model," *Physical Review A*, Vol. **39**, Number 8 (1989) pp.4333-4336.

[2] Weibull, Jorgen W.: *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, 1995.