

2次元 GARCH(1,1) モデルの定常過程の裾確率に関して

南山大学 松井 宗也

発表内容

GARCH は分散不均一性を持つデータを生成できるモデルとして知られ、金融時系列解析の分野において、理論・実証の両側面から盛んに研究されている。その応用の一つとして多次元時系列データを用いたリスク管理が挙げられるが、そこでは各次元系列の定常過程の（有限次元分布の）裾確率とそれらの依存関係が重要となる。それにもかかわらず、多くの多次元 GARCH モデルにおいて、裾確率の理論的な性質は必ずしも明らかではない。本研究では、多次元モデルで最も基本的な CCC-GARCH(1,1) モデルを取り上げ、その定常過程の裾確率の挙動を明らかにする。簡単のため 2 次元モデルにおいて、各次元系列で裾の挙動が等しくなるための条件を導出する。異なる場合の例も紹介する。そして、近年新しく提案された「extremogram」という指標で、裾の依存関係を（漸近的に）特徴付ける。多次元定常系列の裾確率は、時点間と次元間の 2 軸での相関を持つ。「(cross)-extremogram」はその 2 つの依存関係を同時に捉えることのできる指標である。得られた結果は、

1. 各次元の定常系列の裾確率は、（パラメーターの設定により）冪乗則に従うことが可能で、各次元で冪乗則のオーダーを変えることもできる。
2. 異なる次元の裾確率の依存関係はパラメーターにより調整できる。
3. 異なる時点の裾確率の依存関係は、時間が経つにつれ指数的に減衰する（短期記憶のみで長期記憶は不可）。

である。発表では、理論結果を確認する数値実験と、株式と為替の対数収益率データを用いた実証結果を紹介する。実データに 2 次元 GARCH(1,1) モデルを当てはめると、確かに各次元・各時点間に裾確率の相関が観測できる。

キーワード：2 次元 GARCH(1,1) モデル, 正則変動 (regular variation), Kesten's theorem, extremogram, extremal dependence, stochastic difference equations.

参考文献

- [1] BOLLERSLEV, T. (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *J. Econometrics* **31**, 307–327.
- [2] DAVIS, R.A. AND MIKOSCH, T. (2009) The extremogram: a correlogram for extreme events. *Bernoulli* **15**, 977-1009.
- [3] MATSUI, M. AND MIKOSCH, T. (2015) The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process. *J. Appl. Probab.* (to appear), see also ArXiv:1505.05385.