マンション建て替えにおける補償金付き多数決ルールに関して*

長久領壱[†]　　高谷真城[‡]

関西大学経済学部　　関西大学大学院経済学研究科

平成 30 年 1 月 11 日

概 要

マンション建て替え決議における補償金付き多数決ルールに関して考察する．現在日本の区分所有法では 5 分の 4 多数決で建て替え決議が可決するものとされている．可決した場合，区分所有法では賛成側に対して反対者の区分所有権の買取を命じている。しかしこの買取は時価になっており，一般に建て替え可決後は区分所有権の価値は上昇することを考えれば，この多数決は実体的には賛成側から反対側への補償金支払いを前提とした多数決であると考えられる．本稿ではこの補償金付き多数決ルールの性能を社会的選択理論の観点から分析する．

結果は以下のとおりである．ルールの性質として個人合理性（反対して退去していく区分所有者には市場値上がり分を考慮した補償金を支払うこと）と弱パレート最適性（区分所有者全員に関して建て替え後の新居の価値はその費用負担を差し引ても現在の住居より価値がある場合，建て替えは可決されなければならない）を課す．この時全員一致ルール以外の多数決は補償金をどのように設定しても個人合理性と弱パレート最適性を満たすルールにはなりえない．弱パレート最適性を強パレート最適性に強めると全員一致ルールでも失格となる．この意味で現行法の建て替え方式には根本的な問題があることになる．

1 序論

2 モデル

n 人の区分所有者がいる．$V_0 > 0$ は現在の資産価値であり，全員共通で一定であるとする．建て替えの費用負担額は全員同じで C であり，これも一定とする．各区分所有者 i は建て替え後の自己の予想資産価値 $V_i > 0$ を持つものとする．建て替え後の各自の予想資産価値の組 $V = (V_1, ..., V_n)$ を（予想資産）プロファイルという．

*本稿は 2018 年度日本経済学会春季大会（於兵庫県立大学，6 月〇〇日）のポスターセッションにて高谷が報告した．報告に対する多数のコメントに感謝したい．

[†]〒 564-8680　吹田市山手町 3-3-35．t940074@kansai-u.ac.jp

[‡]〒 564-8680　吹田市山手町 3-3-35.

プロファイルに応じて，補償金額 $R \geq 0$ が決定され，そのもとで q 多数決投票が行われ，建て替えの可否が決まる．q 多数決投票とは q 人以上の賛成でもって建て替え決議を可決する絶対多数決である．ここで $q \geq 1$ と仮定する．この投票で建て替えが否決された場合は現状のままであり，区分所有者の利得は全員 V_0 となる．可決になった場合は以下のとおりである．

可決した場合は市場が反応し，区分所有権の価値が上昇する．この上昇分は一定の値であり $R_M > 0$ としよう[1]．区分所有者全員がこの上昇分をあらかじめ知っているものとする．反対票を入れた区分所有者は，自己の住居を賛成者側に売却し，更に補償金 R を得た上で退去する．よって反対票を入れた場合の利得は $V_0 + R$ である．$R_M > R$ の場合，反対者は可決した段階で区分所有権を市場で売ったほうがよいが，これは規定上できないする．補償金付きの q 多数決投票が実施されたという事実は区分所有者全員が反対側から賛成側への補償金 R での区分所有権の売却に同意したことを意味し，これを後出しでひっくり返すことはできないと想定する[2]．

区分所有者 i が賛成票を入れる場合，建て替え費用と補償金の支払いを負担し，建て替えに参加したうえで，V_i の資産価値を持つ新居に入居することになる[3]．賛成票の数を m とすると，i の利得は $V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R$ となる．ここで反対者の数は $n-m$ であり，補償金の総額は $(n-m)\,R$ となる．これを賛成票を入れた区分所有者 m 人と新規入居者 $n-m$ 人の合わせて n 人で均等負担するものと仮定している．

3　投票行動と均衡

プロファイル $V = (V_1, ..., V_n)$，q および R を所与とする．区分所有者 i の利得は以下の利得表のとおりである．表の m は賛成票の数である．

i 以外の賛成票の数	i が賛成	i が反対
q 以上	$V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R$ 可決	$V_0 + R$ 可決
$q-1$	$V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R$ 可決	V_0 否決
$q-2$ 以下	V_0 否決	V_0 否決

[1]区分所有権の上昇幅は資産プロファイル V には依存しない．上昇幅は資産市場での集合住宅に関する需要と供給の関係で決まり，ここではその関係は一定であると仮定している．

[2]勿論，全員が R_M 分の上昇を知っているのであるから，投票に参加する以前において反対者はこれ以下の補償金に受け取りを拒否し，ルールの変更を要求することはできる．与えられたルールに従って投票するということとそのルール自体をどう決めるかは別の問題であり，反対者の批判は後者の問題から出されている．この点は後で議論する．

[3]賛成者のもう一つの選択として，建て替えた新居を転売することもある．新古物件として売り出すことであるが，ここではその可能性は排除している．

各区分所有者は賛成・反対の二つの選択がある．どちらかの選択がもう一つの選択を弱支配しているときは，その弱支配している選択の方を選ぶとする．全ての区分所有者に対して，このことが成り立てば，投票結果は弱支配戦略均衡として一意に定まり，各区分所有者の利得も一意に定まる．賛成・反対二つの選択の間で弱支配の関係が定まっていないときは選択行動に関しては特定化はしない．この場合，各区分所有者は「何らかの行動原理」に従って選択を行い，投票結果が決まる．この場合は投票結果も一意とは限らず，従って区分所有者の利得も一意とは限らない．

留意点 1 i 以外の賛成票の数が $k(0 \leq k \leq n-1)$ であるとしよう．そのとき，

i が賛成票を入れている投票結果の数 $=$ $n-1$ 人から k 人を取り出す組み合わせの数

i が反対票を入れている投票結果の数 $=$ $n-1$ 人から k 人を取り出す組み合わせの数

であることに留意すれば，i 以外の賛成票の数に応じて，i が賛成，i が反対の二つの帰結が対をなすことがわかる．以上のことから弱支配かどうかの確認は利得表の各行の利得を比較すればよいことになる．

補題 1 q と R を所与とする．区分所有者 i に関して，賛成が反対を弱支配する必要十分条件は

$q < n$ のとき:次の二つの関係が成り立つことである．

$$V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R \geq V_0 + R - \frac{1}{n}R;$$

$$V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R > V_0.$$

$q = n$ のとき:上の第 2 番目の不等式が成り立つことである．

証明. （必要性）利得表を見る限り，賛成者 i に関しては，弱支配の関係から

全ての $m > q$ に関して $V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R \geq V_0 + R$ かつ $V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R \geq V_0$ が成り立つ．前者は $n-q$ 本の式からなる．

$n > q$ のとき:前者の式で左辺の値が一番小さくなるのは $m = q+1$ の場合である．故に前者の式は $V_i - C - \frac{(n-q-1)}{n}R \geq V_0 + R$ と一本で代表させることができる．この式を整理して，$V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R \geq V_0 + R - \frac{1}{n}R$ となる．

$R > 0$ ならば $R - \frac{1}{n}R > 0$ だから後者の式は厳密な不等号で成り立つ．$R = 0$ ならば，前者の式は後者の式と同じになる．弱支配の定義より，後者の式は厳密な不等号で成り立つ．以上よりどちらの場合でも後者の式は厳密な不等号で成り立つとしてよい．以上から補題の二つの式が出てきた．

$n = q$ のときは，前者の式はなくなり，後者の式は $V_i - C \geq V_0$ となる．弱支配より，この式は厳密な不等号で成り立つ．これは補題の第 2 番目の式である．

（十分性）

(i) $q < n$ のとき:補題 1 の関係が成り立つとする．

第 1 番目の不等式を移項して整理すると $V_i - C - \frac{(n-(q+1))}{n} R \geq V_0 + R$ となる．i 以外の賛成票の数 m が q 以上であれば，この式より $V_i - C - \frac{(n-m)}{n} R \geq V_0 + R$ となる．これら（$n-q$ 本）の式と補題 1 の第 2 番目の式を合わせて考えると，i に関して賛成が反対を弱支配していることになる．

(ii) $q = n$ のとき:補題 1 の第 2 番目の関係式は $V_i - C > V_0$ となる．よって i に関しては賛成が反対を弱支配することになる． ■

補題 2 q と R を所与とする．区分所有者 i に関して，反対が賛成を弱支配する必要十分条件は

$R > 0$ のとき．

$q < n$ ならば $V_i - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n} R,$

$q = n$ ならば $V_i - C \leq V_0$

$R = 0$ のとき．$V_i - C < V_0$

証明. （必要性）(i)$R > 0$ のとき．利得表を見る限り，i にとって反対が賛成

を弱支配するためには

全ての $m > q$ に関して $V_i - C - \frac{(n-m)}{n} R \leq V_0 + R$ かつ $V_i - C - \frac{(n-q)}{n} R \leq V_0$ が成り立つことが必要である．

$n > q$ のとき:前者の式の左辺の値が一番大きくなるのは $m = n$ の場合である．故に前者の式は

$V_i - C \leq V_0 + R$ と一本の式で代表させることができる．

後者の式は $V_i - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n} R$ となる．$R > \frac{(n-q)}{n} R$ であるから，前者の式は不要となる．以上から補題 2 の不等式の前半が出てきた．

$n = q$ のとき:前者の式は不要となる．後者の式は $V_i - C \leq V_0$ となる．

(ii)$R = 0$ のとき:利得表を見る限り，i に関して反対が賛成を弱支配するには $V_i - C < V_0$ であるしかない．これが補題 2 である．

(十分性）

(i) $R > 0$ のとき．i に関しては

$V_i - C - \frac{(n-m)}{n} R = \overset{\text{補題 2 の第 1 式}}{\leq} V_0 + \frac{(n-q)}{n} R - \frac{(n-m)}{n} R = V_0 + \frac{(m-q)}{n} R < V_0 + R$ である．一方，補題 2 の第 1 式より $V_i - C - \frac{(n-q)}{n} R \leq V_0$ を得る．この二つの不等式より i に関して反対が賛成を弱支配していることになる．

(ii) $R = 0$ のとき．補題 2 の第 2 式と利得表と明らかである． ■

この二つの補題から直ちに以下の関係が成り立つ．

補題 3 q と R 所与とする．$V = (V_1, ..., V_n)$ を所与とし，一般性を失うことなく $V_1 \geq V_2 \geq \cdots \geq V_n$ とする．

（*1*）補償金 R のもとで建て替え決議が可決し，それが $m(q \leq m \leq n)$ 人の賛成，$n-m$ 人で反対でもって弱支配戦略均衡となる必要十分条件は

$q<n$ のとき:次の三つの関係が成り立つことである．

$$V_m - C - \frac{(n-q)}{n}R \geq V_0 + R - \frac{1}{n}R;$$

$$V_m - C - \frac{(n-q)}{n}R > V_0;$$

$$V_{m+1} - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n}R \ \textit{if}\ R>0\ \textit{and}\ V_{m+1} - C < V_0\ \textit{if}\ R=0.$$

$q=n$ のとき:上の第 *2* 番目の不等式が成り立つことである．

（*2*）またそのときの区分所有者 i の利得 P_i は，$i=1,...,m$ に関しては $P_i = V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R$，$i=m+1,...,n$ に関しては $P_i = V_0 + R$ である．

証明. （2）は明らかである．（1）は補題 1，2 より直ちに従う．$q=n$ のときは反対者はいないので第 3 番目の不等式は消える． ■

次の補題は q 多数決投票における弱支配戦略均衡の一意性に関してである．

補題 4 q を所与とする．$V=(V_1,...,V_n)$ を所与とし，一般性を失うことなく $V_1 \geq V_2 \geq \cdots \geq V_n$ とする．

補償金 $R \geq 0$ のもとで建て替え決議が可決した場合，それが $m(q \leq m \leq n)$ 人の賛成，$n-m$ 人で反対でもって弱支配戦略均衡であったとしよう．この以外の賛成票で建て替え決議が可決し，それが弱支配戦略均衡であることはない．

証明. $q=n$ の時には明らかである．$q<n$ としよう．仮に二つの異なった賛成票数 m，m' で弱支配戦略均衡が成り立ったとしよう．一般性を失うことなく $m'<m$ とおく．補題 1 より区分所有者 m に関して，

$$V_m - C - \frac{(n-q)}{n}R \geq V_0 + R - \frac{1}{n}R;$$

$$V_m - C - \frac{(n-q)}{n}R > V_0;$$

$$V_m - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n}R \text{ if } R>0 \text{ and } V_m - C < V_0 \text{ if } R=0.$$

の三つが成り立つ．$R=0$ では，この三つは明らかに成り立たない．$R>0$ ならば，第 2 番目と 3 番目の不等式がたがいに矛盾する． ■

4　補償金ルール

プロファイル全ての集合を n 次元正象限空間 E^n_{++} と同一視する．各プロファイル $V \in R^n_{++}$ に対して，補償金 R を割り当てるルールを補償金ルール

と呼び，$\mathcal{R}$ と記号する．ルール $\mathcal{R}$ がプロファイル V に割り当てる補償金を $R_{(V,\mathcal{R})}$ と記号する．プロファイル V が指定されると，補償金ルールはその下での補償金 $R_{(V,\mathcal{R})}$ を指定する．各区分所有者はこの補償金の下で q 多数決投票を行い，それぞれの判断で賛成・反対の票を入れる．但し弱支配戦略がある場合はそれを選択する．従って全員にとって弱支配戦略がある場合は，補題 3，4 より弱支配戦略均衡が一意に定まり，各区分所有者の利得も補題 1 のとおり一意に定まる．

以上からルール $\mathcal{R}$ を所与とすると，プロファイルごとに各自の利得の集合が決まるので，利得はプロファイルに対する対応となる．プロファイル $V \in R^n_{++}$ に対して，区分所有者 i が得られる利得の上限値と下限値をそれぞれ $\sup P_i(V,\mathcal{R})$ と $\inf P_i(V,\mathcal{R})$ で記号する．V と $R_{(V,\mathcal{R})}$ に関して弱支配戦略均衡があれば，$\sup P_i(V,\mathcal{R}) = \inf P_i(V,\mathcal{R})$ であり，その値は補題 3 で示されたとおりである．区分所有者 $i, j (i = j$ も可) 関して j のみの予想資産価値が V_j から V'_j へ変わった時，i の利得の上限値と下限値を $\sup P_i(V'_j, V_{-j}, \mathcal{R})$，$\inf P_i(V'_j, V_{-j}, \mathcal{R})$ と記法する．

5　補償金ルールに対する公理（要請）

以下での想定は補償金ルールの選択問題である．補償金ルールは様々な種類が考えられ，その中のどれが望ましいのかを考える．以下の三つの公理を満たす補償金ルールを考える．

5.1　個人合理性

建て替え決議が可決すると，区分所有権の価値は一般には上がり，その上昇分を R_M とおいたのであった．補償金ルール $\mathcal{R}$ が個人合理性を満たすとは，任意の V に関して，$R_{(V,\mathcal{R})} \geq R_M$ が成り立つことをいう．建て替えが決まれば賛成側は反対者の区分所有権を買い取らねばならない．すると少なくとも $V_0 + R_M$ の支払いをしなければならない．そうでなければ，反対者は区分所有権を資産市場で売ることになり，賛成側は買い取りに失敗する．このことは補償金の支払いは R_M 以上でなければならないことを意味する．これが個人合理性の要請である．全ての区分所有者に対してルールに参加することを呼びかけるならば，少なくとも建て替え決議が可決した場合は反対者には市場評価額以上の補償をしなければならないということである[4]．

[4]尚建て替えが否決された場合の利得は全員 V_0 で資産価値の値上がりも起こらない．この場合は全員が現状維持なので，どのルールであっても個人合理性は否決の場合は成り立っていると解釈する．

5.2 パレート最適性

補償金ルール $\mathcal{R}$ が弱パレート最適性を満たすとは全ての i に関して $V_i - C > V_0$ であるとき，$R_{(V,\mathcal{R})}$ の下で建て替えが q 多数決によって可決しなければならないことという．同じく補償金ルール $\mathcal{R}$ が強パレート最適性を満たすとは，任意の V に関して，全ての i に関して $V_i - C \geq V_0$ であり，少なくとも一人の i に関してこの不等式が厳密な不等号で成り立つならば，$R_{(V,\mathcal{R})}$ の下で建て替えが q 多数決によって可決しなければならないことという．強弱二つのパレート最適性のいずれでも，区分所有者全員に関して建て替えは現状をパレート改善できる（全員が現状より悪くならず，少なくとも一部は良くなる）．この状況で補償金付きの q 多数決投票が建て替え決議を否決することが起こるならば，それはパレート改善を妨げることになる．二つのパレート最適性はそのようなことを防ぐように補償金を設定せよという条件である．

5.3 耐戦略性

補償金ルール R が耐戦略性を持つとは，任意の区分所有者 i，任意のプロファイル (V_i, V_{-i})，(V_i', V_{-i}) に関して $\inf P_i(V_i, V_{-i}, \mathcal{R}) \geq \sup P_i(V_i', V_{-i}, \mathcal{R})$ が成り立つことである．区分所有者 i が持つ建て替え後の予想資産価値 V_i は彼・彼女のみが知る情報であり，外部の誰もそれが真の値かどうかはわからない．上の不等号が成り立つ場合は，V_i が区分所有者 i の真の予想資産価値であるとき，彼（彼女）は V_i' に偽って申告して，自己の利得を高めることはできない．耐戦略性は何人にとっても虚偽申告によって自己利益を高めようとする戦略的行動が無効であることを保証する条件である．耐戦略性の定義において二つのプロファイル (V_i, V_{-i})，(V_i', V_{-i}) のどちらにでも弱支配戦略均衡がある場合は，$P_i(V_i, V_{-i}, \mathcal{R}) \geq P_i(V_i', V_{-i}, \mathcal{R})$ が成り立つことになる．

5.4 市場反応との整合性

建て替え可決が決まった時に資産価値は $V_0 + R_M$ へ上昇する．この価格 $V_0 + R_M$ は建て替え物件に対する購入希望者がいるという情報を与えている．少なくとも自己の予想資産価値 V_k が $V_k - C \geq V_0 + R_M$ であるような k が市場に存在することを示している．建て替えルールはこの市場が与える情報に前向きに対応しなければならない．上昇分 R_M が高ければ高いほど，建て替えが容易にならなければならない．

6 主要結果

定理 1 *(i)* $q < n$ のとき，個人合理性と弱パレート最適性を満たす補償金ルールは存在しない．

(ii) $q = n$ のとき，どの補償金ルールも個人合理性と弱パレート最適性を満たす．

故に補償金ルール $\mathcal{R}$ が個人合理性と弱パレート最適性を満たすのは $q = n$ であるとき，そしてその時のみである．

証明. (i) プロファイル V に関して，一般性を失くことなく $V_1 > V_2 > \cdots > V_q > V_{q+1} = \cdots = V_n$ かつ $V_n - C > V_0$ とおく．弱パレート最適性より建て替えは可決しなければならない．仮に $V_q - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_{(V,\mathcal{R})}$ であれば，補題 2 より q 以下の区分所有者に関しては反対が賛成を弱支配するので，q 多数決では賛成票の数が q に届かなくなり否決されて矛盾する．故に

$$V_q - C > V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_{(V,\mathcal{R})}$$

が成り立つ．この式と個人合理性により

$$V_q - C > V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_M$$

である．以上のことより，任意のプロファイル V に関して，$V_1 > V_2 > \cdots > V_q > V_{q+1} = \cdots = V_n$ かつ $V_n - C > V_0$ ならば

$$V_q - C > V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_M$$

であることがわかった．いまこのようなプロファイル V を一つ取り，これを基にプロファイルの無限列 $V^\nu (\nu = 1, 2, ...)$ を次のように構成する．

$V_i^\nu = V_i$（全ての $i = 1, ..., q-1$ に関して）

$V_q^\nu = \frac{1}{\nu} V_q + \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)(V_0 + C)$

$V_i^\nu = \frac{1}{\nu} V_n + \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)(V_0 + C)$（全ての $i = q+1, ..., n$ に関して）

とおくと，全ての ν に関して，$V_1^\nu > V_2^\nu > \cdots > V_q^\nu > V_{q+1}^\nu = \cdots = V_n^\nu$ かつ $V_n^\nu - C > V_0$ である．

$V_n^\nu - C = \frac{1}{\nu} V_n + \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)(V_0 + C) - C = \frac{1}{\nu} V_n + V_0 + C - \frac{1}{\nu} V_0 - \frac{1}{\nu} C - C$
$= \frac{1}{\nu} V_n + V_0 - \frac{1}{\nu} V_0 - \frac{1}{\nu} C > \frac{1}{\nu} V_0 + V_0 - \frac{1}{\nu} V_0 = V_0.$

故に，

$$V_q^\nu - C > V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_M$$

が全ての ν に関して成り立つ．$\nu \longrightarrow \infty$ と極限操作を施すと，$V_0 \geq V_0 + \frac{(n-q)}{n} R_M$，つまり $0 \geq \frac{(n-q)}{n} R_M > 0$ となって矛盾する．

(ii) 個人合理性:トリビアルに成り立つ．建て替えが決まり，反対者に補償金を支払う状況は起きない．

弱パレート最適性:プロファイル V を全ての i に関して $V_i - C > V_0$ であるとする．利得表は i 以外の賛成票の数が q 以上はありえないので，以下のように簡単になる．

i 以外の賛成票の数	i が賛成	i が反対
$n-1$	$V_i - C$ 可決	V_0 否決
$n-2$ 以下	V_0 否決	V_0 否決

全ての i に関して $V_i - C > V_0$ であるから，i に関して賛成は反対を弱支配する．故に建て替え決議可決は弱支配戦略均衡となり，弱パレート最適性は成り立つ． ■

定理 2 $q = n$ のとき，強パレート最適性を満たす補償金ルールは存在しない．

故に先の定理と合わせ，どの q であっても個人合理性と強パレート最適性を満たす補償金ルールは存在しないこととなる．

証明. (ii) 任意の $V \in E^n_{++}$ に関して，$R_{(V,R)}$ は任意でよい．プロファイル $V \in E^n_{++}$ を $V_1 = V_2 = \cdots V_{n-1} = C + V_0 + R_M, V_n = C + V_0$.

パレート最適性を満たせば，V にて建て替えは可決せねばならない．

しかし $V_n - C = V_0$ であり，補題 2 より区分所有者 n は反対に入れるので建て替えは否決される． ■

7 公理の独立性

$q < n$ のとき：

	個人合理性	弱パレート最適性
0 補償金ルール	no	yes
市場評価ルール	yes	no

例（0 補償金ルール）$q < n$ を所与とする．任意の $V \in E^n_{++}$ に対して，$R_{(V,\mathcal{R})} = 0$.

個人合理性は満たさない:プロファイル $V \in E^n_{++}$ を

$V_1 - C = \cdots = V_{q-1} - C > V_0 > V_q - C = \cdots = V_n - C$ とおく．区分所有者 1 から $q-1$ までに関して賛成が反対を弱支配し，区分所有者 q から n までは反対が賛成を弱支配する．よって賛成票は q に届かず建て替え否決.

弱パレートは満たす:全員が $V_i - C > V_0$ なので，利得表より全員にとって賛成が反対を弱支配する．よって建て替え可決.

i 以外の賛成票の数	i が賛成	i が反対
q 以上	$V_i - C$ 可決	V_0 可決
$q-1$	$V_i - C$ 可決	V_0 否決
$q-2$ 以下	V_0 否決	V_0 否決

例（市場評価ルール）

$q < n$ を所与とする．任意の $V \in E^n_{++}$ に対して，$R_{(V,\mathcal{R})} = R_M$.

個人合理性:定義より明らか.

弱パレート最適性:補償金が常に R_M であることと個人合理性より，利得表は

i 以外の賛成票の数	i が賛成	i が反対
q 以上	$V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R_M$ 可決	$V_0 + R_M$ 可決
$q-1$	$V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R_M$ 可決	V_0 否決
$q-2$ 以下	V_0 否決	V_0 否決

となる.

全員が $V_i - C > V_0$ であり q に関して

$$V_q - C \leq V_0 + \frac{(n-q)}{n}R_M.$$

であるように V を定める．このような定め方は可能:仮に不可能だとすると，$V_q - C > V_0$ であるどのような V_q に対しても

$V_q - C > V_0 + \frac{(n-q)}{n}R_M$ である．しかし $V_q - C$ は $V_q - C > V_0$ を保ちつついくらでも V_0 へ近づけることが可能であり，これは矛盾である.（証明終わり）

ところで上の関係は補題 2 より q にとって反対が賛成を弱支配する条件なので，q 以下の区分所有者は全て反対が賛成を弱支配する．よって賛成票は q に届かず，建て替えは否決される.

証明.

■

8