

Extension of the Equilibrium Payoff Set in 2-person OLG Games with Block Strategy Profiles*

(2人重複世代ゲームにおける均衡利得空間の拡大: 期間ブロック戦略を用いた方法)

東京大学大学院経済学研究科研究生 諸岡千裕

繰り返しゲームでは、プレイヤー達は段階ゲームを一定回数プレイする。特に、繰り返し回数に制限のない無限回繰り返しゲームでは、プレイヤーの逸脱に対して、その後の処罰が確実に可能であるため、1回限りのゲームで実現できない効率的均衡が存在する。このことを数学的に厳密に証明したのがフーデンバーグ=マスキン [1] のフォーク定理である。この論文を含む繰り返しゲームの多くの文献では、全プレイヤーが無期限プレイに参加するという前提条件がおかれている。しかしながら、この前提は現実社会の状況を反映しているとは限らない。例えば企業は長期間存在し続ける一方で、その社員は期間の経過に伴い入れ代わる。このような状況を分析する上で有効なモデルが重複世代ゲーム (Overlapping Generations Games; 以下 OLG ゲーム) である。OLG ゲームでは、ゲーム自体は終わることなく続く一方、各プレイヤーが参加する期間は決まっており、一定期間が経過するとプレイヤーが交代する。

N 人 OLG ゲームのフォーク定理を初めて証明したのは神取 [2] である。スミス [3] は神取の議論を一般化して、無期限ゲームに参加するプレイヤーが存在する場合なども含めて、いくつかのフォーク定理を証明した。これらの論文では、均衡における平均利得ベクトルは実現可能で個人合理的な段階ゲーム利得の集合 V^* に制限されている。これに対して本稿では、2人 OLG ゲームにおいて、各プレイヤーについて、どんな利得 v も、それを実現する相手の利得 w との組 (v, w) が V^* に含まれてさえいれば (相手が達成したい利得 v' との組 (v, v') が V^* に含まれていなくても) 平均利得として均衡で達成可能であることを証明した。

これを証明するために重要なポイントは2つある。1つめは将来利得が割り引かれることである。本稿のモデルではプレイヤーの参加期間は $2T$ であり、各プレイヤーが参加してから T 期間後に相手が交代する。この構造を利用して、期間を T 期ごとのブロックに分けて、2種類の異なる期間ブロック戦略を用いることで、各ブロックにおいて若い方のプレイヤーに目標とする利得 v を与える。すると、 T が大きければ、利得の将来割引がある限りプレイ後半の利得は減少するので、平均利得は v とほぼ同じ水準になる。

2つめのポイントは、世代交代の期間 T に依存しない厳密な処罰を考えることである。逸脱者を迅速に、かつ十分に処罰するためには、彼の継続利得を、逸脱した期に得られる利得の最大値 β と比較して大きく引き下げなければならないが、 β は T に依存しないため、そのような処罰戦略の存在を示せる。そして、まず利得の割引が無い場合に、その戦略が逸脱者の継続利得を厳密に引き下げること示した上で、これと割引率に関する利得の連続性より、ある範囲の割引率の水準において、その戦略は依然として継続利得を引き下げることが証明した。

なお、本稿では議論を簡略化するため、他の多くの OLG ゲームの論文と同様に、プレイヤーの組が相関戦略を每期使えるという前提のもとで証明を行った。

参考文献

- [1] Fudenberg, D., and E. Maskin (1986), "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information," *Econometrica* **54**, 533-54.
- [2] Kandori, M. (1992), "Repeated Games Played by Overlapping Generations of Players," *Rev. of Econ. Stud.* **59**, 81-92.
- [3] Smith, L. (1992), "Folk Theorems in Overlapping Generations Games," *Games and Econ. Behav.* **4**, 426-49.

*本稿は、拙博士論文 "Cooperation in Various Classes of Repeated Games(種々の繰り返しゲームにおける協力)" の第1章に改訂を加えたものである。